

Kurze Anleitung zur Wellenmaschine (Wellma6)

Erklärung:

Das Programm simuliert die von vielen Lehrmittelfirmen angebotenen Torsionswellenmaschinen und auch die früher zur Demonstration verwendeten Pendelketten.

97 Massenpunkte $m(i)$, jeder nur in der Vertikalen beweglich, Ortskoordinate $y(i)$,
Die auf $m(i)$ wirkende Kraft $F(i)$ hängt nur von der Stellung $y(i-1)$ des linken und $y(i+1)$ des rechten Nachbarn ab:

$$F(i) = \underset{\text{von links}}{D(y(i-1)-y(i))} + \underset{\text{von rechts}}{D(y(i+1)-y(i))}$$

Ausnahmen:

1. Erster Massenpunkt 1 links fest gekoppelt an einen Anregungsmechanismus, z.B. Mauszeiger oder den (nicht gezeigten) Oszillator, der wahlweise eingeschaltet werden kann.
2. Letzter Massenpunkt 97 erfährt nur eine Kraft von links, evtl. zusätzlich eine dämpfende Kraft : $R \cdot v(97)$ (geschwindigkeitsproportionale Dämpfung) in vertikaler Richtung

Einsatz im Unterricht:

Die „Computer-Wellenmaschine“ zeichnet sich dadurch aus, dass viele Phänomene demonstriert werden können, die bei einer realen Torsionswellenmaschine zu schnell ablaufen oder kaum sichtbar sind.

1. *Wandern einer Wellenflanke:* Dämpfung ausschalten, Massenpunkt 1 mit Mauszeiger etwas nach oben schieben. Zeitlupe einstellen. Beobachten: Der nach oben gelenkte Massenpunkt beschleunigt den Nachfolger ebenfalls nach oben, wird aber von diesem gleichzeitig abgebremst. Der letzte Massenpunkt rechts hat keinen bremsenden Nachfolger, er schwingt weiter nach oben und wird nun vom linken Nachbarn gebremst. Dabei kehrt sich die Laufrichtung der Flanke um; es wandert eine aufsteigende Flanke zurück. Sie wandert weiter zum linken Ende, das fest ist, solange der Mauszeiger nicht bewegt wird. Am festen Ende wird sie umgekehrt zu einer absteigenden, nach rechts wandernden Flanke. Dämpfung nun einschalten. Flanke läuft weiter nach rechts und wird von der Dämpfung aufgezehrt. Vorteile der Computer-Wellenmaschine gegenüber einer realen: In der Zeitlupe, unterbrochen gar durch Zwischenstopps, können die Vorgänge, die im einzelnen zum Wandern der Flanke, zur Umkehr der Laufrichtung usw. führen, besser erfasst und verstanden werden.
2. *Wandern eines Wellenberges:* Dämpfung ausschalten. Wellenberg (groß) starten und hin und her laufen lassen. Der Berg kann als Folge einer aufsteigenden und einer absteigenden Flanke betrachtet werden. Beobachtung: Bei der Reflexion am losen Ende kommt er als Berg zurück, bei der Reflexion am festen aber als Tal.
3. *Interferenz:* Destruktive Interferenz („Auslöschung“) gelingt am vollkommensten, wenn man einen Berg mit einem genau dazu passenden Tal zur Überlagerung bringt. Beides kann man sich durch folgenden Trick, der überdies recht lehrreich ist, verschaffen: Dämpfung ausschalten. Wellenberg (groß) durch eine entsprechende Mausbewegung starten und kurz vor der Mitte anhalten. Frage: Woher „weiß“ der Berg beim Drücken der Taste „Weiter“ seine vorherige Laufrichtung? Antwort: Er „erinnert sich“ an die Momentangeschwindigkeiten der Massenpunkte, die in der Vorderflanke nach oben, in der Hinterflanke nach unten gerichtet war. (Die Momentangeschwindigkeiten $v(i)$ der Massenpunkte werden im Zeitpunkt des Stopps ebenso gespeichert wie die Auslenkungen $y(i)$). Frage: Was würde

geschehen, wenn man diese Geschwindigkeiten Null setzt, wie das beim Anhalten eines Berges bei einer echten Wellenmaschine geschieht? Antwort durch Experiment: Auf „Weiter“ und sofort darauf auf „ $v(i) = 0$ “ drücken. Der Wellenberg „entzweit“ sich. Ein Teil läuft nach rechts, der andere nach links. Beide Teile sind Kopien mit halber Höhe. Nach ihrer Reflexion links und rechts hat man Berg und Tal, die sich bei ihrer Begegnung kurzzeitig auslöschen (destruktive Interferenz). Nach nochmaliger Reflexion kann man konstruktive Interferenz beobachten.

4. *Wellenberge als „eigenartige Individuen“*: Löschen, Dämpfung aus. Großen Wellenberg starten. Wenn er kurz vor der Mitte ist, einen kleinen Wellenberg nachschicken. Nach der Reflexion des großen Berges am losen Ende begegnen sich der kleine und der große Wellenberg; sie nehmen kurzzeitig den gleichen Ort ein, ohne dass sie durch die Kollision Schaden nehmen: Nach der Begegnung hat man wieder den großen und den kleinen Wellenberg. Wellenberge erscheinen als Individuen (z.B. Behalten sie einige Zeit ihre Gestalt bei), die sich gegenseitig „ohne Schaden“ durchdringen können.
5. *Grenzen der Individualität*: Die Wellenberge zerfließen im Laufe der Zeit, die Unterscheidung zwischen beiden wird immer undeutlicher. Beide Berge verlieren kurzweilige Anteile, die hinterher laufen. Das ist eine Folge der *Dispersion*. Die kurzen Wellen sind etwas langsamer als die langen.
6. *Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit einer Sinuswelle von der Wellenlänge*: Löschen. Dämpfung einschalten, damit Reflexion am losen Ende vermieden wird. Schwingungsdauer der Anregung $TA = 20$ einstellen. Harmonische Anregung einschalten. Abwarten bis die fortlaufende Sinuswelle erkennbar wird. Anhalten. Messung der Wellenlänge mit dem „Bandmaß“. Dieses wird ausgerollt, indem man mit *gedrückter rechter* Maustaste den Mauszeiger oberhalb des Wellenzuges entlang führt. Jetzt kann man die Wellenlänge am Maßstab gut ablesen: $\lambda = 20$ LE. Also ist $c = \lambda/TA = 1$ ZE/LE. Dann $TA = 8$ einstellen und den Versuch wiederholen. Die Genauigkeit der Wellenlängenmessung wird erhöht, wenn man mehrere zusammenhängende Wellen vermisst. Man erhält jetzt eine Wellenlänge, die geringfügig unter 8 LE liegt; die Geschwindigkeit ist also jetzt $c < 1$ LE/ZE. Mit zunehmender Anregungsfrequenz nimmt nun c immer deutlicher ab, allerdings wird die Wellenlängenmessung immer problematischer, weil die Berge aus immer weniger Punkten bestehen und daher unbestimmter werden. Abhilfe: Man verwendet zur Messung einen Wellenzug mit möglichst vielen Wellenlängen.
7. *Grenzfrequenz und Sperren des Wellenleiters*: Löschen. Dämpfung einschalten. $TA = 3$ und Amplitude = 8 einstellen. Es bildet sich eine Welle, die nur wenig in den Wellenleiter eindringt; benachbarte MP schwingen gegenphasig, die Amplitude der Schwingungen nimmt exponentiell nach innen ab.
8. *Stehende Wellen*: Durch Anregung am festen und Reflexion am losen Ende bilden sich stehende Wellen aus, am losen Ende Bauch, am festen Knoten. Da die Anregung am festen Ende erfolgen muss, wo eigentlich ein Knoten liegt, muss man die Anregungsamplitude ganz klein einstellen: 0,1. Die Dämpfung schaltet man aus, denn die reflektierte Welle ist zur Erzeugung der stehenden Welle notwendig. Will man insgesamt 4 Knoten (einschließlich jenes am linken Ende, so hat man längs des Leiters $3 \frac{1}{2}$ Bäuche und die Länge des Wellenleiters muss $= 96$ LE $= 7/4 \lambda$ werden, also $\lambda = 96 \cdot 4/7 = 54,86$ LE. Wegen $c = 1$ muss dann auch $TA = 54,9$ sein. Bei Wellma15 lässt sich dieser Wert einstellen, Wellma8 lässt nur 55 zu. In beiden Fällen schaukelt sich schnell die stehende Welle immer weiter auf, was sehr schnell geht, wenn der Zeitablauf auf schnelle gestellt wird. Wenn sich die Welle genügend aufgeschaukelt hat, stellt man auf langsamen Zeitablauf und erkennt, dass der anregende Oszillator ständig Arbeit am Nachfolger verrichtet, was aus der Phasenverschiebung zwischen beiden erkennbar wird. Nach einiger Zeit gerät die Anregung außer Takt und der Wellenleiter verrichtet selbst Arbeit am anregenden Oszillator; die Amplitude wird wieder kleiner. Ähnliche Beobachtungen (mit steigender Knoten-

zahl) macht man mit den Anregungszeiten $96 \cdot 4/9 = 43$, $96 \cdot 4/11 = 35$, $96 \cdot 4/13 = 30$, $96 \cdot 4/15 = 26$, usw.

9. *Brechung*: Löschen, Dämpfung einschalten, Brechung einschalten (Die Massen rechts vom Strich werden jetzt verdoppelt). Einen großen Wellenberg mit Mausanregung starten. Beobachten: Teil wird reflektiert, Teil dringt in den rechten Teil ein mit geringerer Amplitude und geringerer (halber) Geschwindigkeit.
10. *Hindernis*: Löschen, Dämpfung ein. Hindernis ein. (Auf die durch Strich angedeutete Masse wirkt jetzt eine zur Geschwindigkeit proportionale Reibungskraft in y-Richtung. Großen Wellenberg durch Mausanregung starten. Beobachten: Am Hindernis wird ein kleiner Berg reflektiert.
11. *Pendelwellenkette*: Wählt man diese Option, so wird ein Wellenleiter simuliert, wie er vor der Erfindung der Torsionswellenmaschine in Schulen oft verwendet wurde: An einer straff gespannten Schnur waren in gleichmäßigen Abständen von ca. 10cm gleich lange und senkrecht zur gespannten Schnur schwingen konnten, so dass auch hier eine Kette von gekoppelten Oszillatoren vorlag. Zur Torsionswellenkette besteht jedoch ein wesentlicher Unterschied: Auf jeden Oszillator wirkt – unabhängig von der Stellung der benachbarten Oszillatoren – eine zur Ruhelage zurücktreibende Kraft, welche durch die Schwerkraft verursacht ist. Die Schwerkraft spielt bei der Torsionskette keine Rolle. Dieser kleine Unterschied führt zu einem stark verschiedenen Verhalten des Wellenleiters: Während die Torsionswellenkette bei zu hoher Anregungsfrequenz sperrt, also eine obere Grenzfrequenz besitzt, hat die Pendelkette eine untere Grenzfrequenz: Damit die Welle in den Leiter eindringt, muss die Anregung genügend schnell erfolgen. Die Dispersion ist insgesamt stärker ausgeprägt, so dass Wellenberge sehr schnell „zerlaufen“. Deutlich kann man beobachten, dass eine Wellengruppe sich mit einer von der Phasengeschwindigkeit verschiedenen Geschwindigkeit fortbewegt.

Didaktische Aspekte:

1. Vertrauensbildende Maßnahmen sind beim Einsatz von Simulationen erforderlich; hier z.B. Vergleich mit realer Wellenmaschine, „Federwurm“ (Slinky) oder ähnlichen Vorrichtungen.
2. Die Simulation sollte in ihrem wesentlichen Kern von den Lernenden verstanden werden: Die Rechenschleife $\text{Do } F(i) = D(\dots) + D(\dots) \quad a(i) = F(i)/m(i) \quad v(i) = v(i) + a(i) \, dt \quad y(i) = y(i) + v(i) \, dt \quad \text{Loop}$ ist verständlich und ersetzt fehlende Kenntnisse über Differentialgleichungen. Die mathematischen Anforderungen werden zurückgedrängt, die „Physik dahinter“ nicht verdeckt.
3. Die Computer-Wellenmaschine kostet nichts (Computer sind in der Schule ohnedies vorhanden).
4. Die Beobachtungsmöglichkeiten sind besser als bei der realen Wellenmaschine: Zeitlupe, Halt-Weiter!